

רמות חשיבה בבחינות בגרות במתמטיקה

ברמת 5 יח"ל

מחקר משווה

ד"ר בועז זילברמן

אלי קלינברגר

אוקטובר 2020

סקירה מדעית זו הוזמנה על ידי קרן טראמפ כדי שתשמש חומר רקע לדיונים.

- הדברים מתפרסמים על דעת המחברים ובניסוחיהם
- בכל שימוש בסקירה או ציטוט ממנה, יש לאזכר את המקור כדלקמן:
זילברמן, ב. וקלינברגר, א. (2020). רמות חשיבה בבחינות בגרות במתמטיקה ברמת 5 יח"ל. מחקר מוזמן על ידי קרן טראמפ. מודיעין, ישראל.

תוכן עניינים

3	תקציב.....
4	1. רקע.....
6	2. שיטה.....
6	2.1 שאלות המחקר.....
6	2.2 מדגם.....
7	2.3 ניתוח הנתונים.....
7	2.3.1 רמות חשיבה במתמטיקה על פי משרד החינוך.....
8	2.3.2 ביצועי תלמידים בבחינות בגרות במתמטיקה.....
11	3. ממצאים.....
11	3.1 "חשיבה מתמטית גבוהה" על פי משרד החינוך.....
13	3.2 רמות חשיבה בבחינות הבגרות.....
15	3.3 הישגי תלמידים בפריטי חשיבה/בקיאות גבוהה.....
17	3.4 מאפייני תלמידים לפי מידת הצלחה בפריטי חשיבה/בקיאות מתמטית גבוהה.....
21	רשימת מקורות.....
22	נספח – פער בין רמת חשיבה לבין רמת בקיאות.....

תקציר

המחקר נועד לסייע במענה על השאלה: "האם קידום מצוינות במערכת החינוך, כפי שהיא מוגדרת על פי רמות הבקיאיות המתמטיות של מבחן פיז"ה, יכול לתרום להצלחה של תלמידים במבחני הבגרות במתמטיקה ברמת 5 יח"ל?". לשם כך ניתחנו 78 שאלות שנכללו במועדי א' (קיץ) של מבחני הבגרות במתמטיקה ברמת 5 יח"ל בין השנים 2014–2019. כל שאלה נותחה לפי שתי מסגרות תיאורטיות – על פי רמות החשיבה של משרד החינוך (כפי שהוגדרה בראיונות עם נציגת הפיקוח על הוראת המתמטיקה) ועל פי סולם רמות הבקיאיות של פיז"ה.

הניתוח העלה כי במועדי הבחינה שנדגמו היו מעט שאלות ברמת החשיבה הגבוהה ביותר (לפי משרד החינוך) וכי הבחינות לא כללו שאלות ברמת הבקיאיות הגבוהה ביותר (לפי פיז"ה). בנוסף, קיימת התאמה גבוהה בין שתי מסגרות הניתוח מבחינת מספר הפריטים בכל רמת חשיבה/בקיאיות – כמעט כל הפריטים דורגו בפער מקסימלי של רמה אחת בין שתי המסגרות.

לאחר מכן, ניתחנו את הישגי התלמידים בבחינות הבגרות. הניתוח מצביע על השפעה שולית של רמת החשיבה/בקיאיות של שאלה על הציון באותה שאלה – לרמת השאלה היה אפקט דומה על נבחנים שהשיגו ציון גבוה מ-70 בבחינה ועל נבחנים שהשיגו ציון נמוך מ-70. מבחינת הגורמים המשפיעים על הצלחה בשאלות חשיבה/בקיאיות גבוהה, בניתוח לא נמצאה כלל השפעה של מאפייני התלמידים ונמצאה השפעה שולית מאד של מאפייני בית הספר. ההשפעה הגבוהה ביותר היתה של הישגי התלמיד (הציון הסופי בבגרות במתמטיקה) ושל חלק ממאפייני השאלה – נושא השאלה ורמת החשיבה (לפי משרד החינוך).

1. רקע

בשנת 2007 הכריז משרד החינוך על מדיניות "האופק הפדגוגי", במטרה להדגיש את פיתוח רמות החשיבה הגבוהות בתהליך ההוראה והלמידה (זוהר, 2007; משרד החינוך, 2008). בהתאם, האגף לתכנון ופיתוח תוכניות לימודים במזכירות הפדגוגית הזמין מספר צוותי חשיבה (למשל, ברמן וחובי, 2009; גלסנר, בן דוד, ואיגר, 2009; יועד, 2009; משרד החינוך, 2009א) על מנת לסייע לנשות ולאנשי חינוך, החל מהמורים בשטח ועד לצוותי הפיתוח של תכניות לימודים, להפוך את פיתוח החשיבה, החקר והיישום למטרות הוראה מפורשות כחלק מהוראת התכנים של מקצועות הלימוד.

במסגרת המדיניות החדשה נידון פיתוח בחינות ברוח החינוך לחשיבה – החל בבחינות המיצ"ב בבית הספר היסודי (משרד החינוך, 2009ב) וכלה בבחינות הבגרות במתמטיקה (זוהר, 2010). עבור בחינות המיצ"ב נקבעה בכל תחום הטקסונומיה של רמות חשיבה שלפיה יש לעבוד. במתמטיקה נבחרה הטקסונומיה הנשענת על עבודתו של שמואל אביטל (Avital & Shettleworth, 1968) ועל הגדרות רמות החשיבה במבחני TIMSS. במודל מפורטות ארבע רמות, אך בהערות למודל מתוארות שתי תתי-רמות של חשיבה תהליכית (משרד החינוך, 2009ב, עמ' 178):

- א. ידע וזיהוי: ידע וזיהוי של מושגים ועובדות.
- ב. חשיבה אלגוריתמית: ביצוע חישובים המבוססים על אלגוריתמים שגרתיים פשוטים/מורכבים.
- ג. חשיבה תהליכית (יישום): קישור בין מושגים, התאמת מודל מתמטי לסיטואציה מילולית.
- ד. חשיבה תהליכית (שאלות לא שגרתיות): מציאת פיתרון בהתבסס על תובנה חשבונית.
- ה. חיפוש פתוח והנמקה: ניתוח (אנליזה וסינתזה), חיפוש פתוח למציאת דרך פתרון, חקר והנמקה.

במסגרת סקר הספרות לא מצאנו הגדרה רשמית של רמות חשיבה מתמטית שבה נעשה שימוש בפיתוח בחינות הבגרות במתמטיקה בחטיבה העליונה.

אוריינות מתמטית וחשיבה מתמטית גבוהה נמצאות במוקד של תשומת לב בינלאומית. כך למשל, מבחן פיז"ה (PISA – Programme for International Student Assessment) הוא מבחן בינלאומי הנערך מדי שלוש שנים בקרב תלמידות ותלמידים בני 15 על ידי ארגון ה-OECD. המבחן כולל שלושה נושאים עיקריים – מתמטיקה, אוריינות ומדעים – ומספר נושאים משניים המתחלפים בין מחזורי המבחנים השונים. טיוטת המסגרת המושגית של מבחני פיז"ה 2021 במתמטיקה מגדירה אוריינות מתמטית בתור היכולת להסיק באופן מתמטי ולפתור בעיות במגוון הקשרים מציאותיים על ידי ניסוח, יישום ופירוש של המתמטיקה. יכולת זו מאפשרת לתאר, להסביר ולחזות תופעות באמצעות מושגים, פרוצדורות, עובדות וכלים (OECD, 2018, 2019).

המסגרת המושגית של פיז"ה מחלקת את סולם הציונים הרציף במתמטיקה לשש רמות בקיאות מתמטית על פי נקודות חתך (OECD, 2019, p. 92). כל נקודת חתך מייצגת שינוי איכותני ברמת הידע והאוריינות במתמטיקה של התלמיד/ה, והרמה הנמוכה ביותר (רמה 1) מחולקת לשלוש תתי-רמות. להלן פירוט המיומנויות הנדרשות בכל רמת בקיאות:

6. התלמידה מסוגלת להמשיג מידע, להכלילו ולהשתמש בו בהתבסס על חקירות שעשתה ועל מידול של בעיות המתארות מצבים מורכבים, להעזר בידע שלה בהקשרים יחסית לא סטנדרטיים, לקשר בין מקורות מידע וייצוגים שונים ולתרגם ביניהם באופן גמיש, ליישם תובנות והבנות, תוך שליטה מלאה בפעולות וביחסים מתמטיים סימבוליים ופורמליים, כדי לפתח גישות ואסטרטגיות חדשות להתמודדות עם מצבים חדשים, לנסח ולהסביר במדויק את ממצאיה, פירושיה, טיעוניה ומידת ההתאמה בין אלה לבין המצבים המקוריים.

5. התלמידה מסוגלת לפתח מודלים של מצבים מורכבים ולעבוד עמם, תוך זיהוי אילוצים ופירוט הנחות, לבחור, להשוות ולהעריך אסטרטגיות מתאימות לפתרון בעיות כדי להתמודד עם בעיות מורכבות הקשורות למודלים אלו, לעבוד באופן אסטרטגי תוך שימוש בכישורים רחבים ומפותחים של חשיבה והיסק, בייצוגים מקושרים מתאימים, באפיונים סימבוליים ופורמליים ובתובנות בנוגע למצבים הללו, לבחון את פעולותיה ולנסח ולהסביר את פרשנויותיה ואת תהליך הסקת המסקנות שלה.

4. התלמידה מסוגלת לעבוד ביעילות עם מודלים מפורשים של מצבים מוחשיים מורכבים שעשויים לכלול אילוצים או שמחייבים את התלמידה להניח הנחות. היא יכולה לבחור ייצוגים שונים, ובכללם ייצוגים סימבוליים, לשלב ביניהם ולקשרם ישירות להיבטים של מצבים בעולם האמיתי. תלמידה ברמה זו מסוגלת להשתמש במיומנויות מפותחות ולנמק בגמישות, עם תובנות מסוימות, בהקשרים אלו. היא יכולה לבנות ולהעביר הסברים וטיעונים המבוססים על פרשנויותיה, טיעוניה ופעולותיה.

3. התלמידה מסוגלת לבצע הליכים המתוארים בבהירות, כולל הליכים המצריכים סדרה של החלטות, לבחור אסטרטגיות פשוטות לפתרון בעיות וליישמן, לפרש ייצוגים המבוססים על מקורות מידע שונים, להשתמש בהם ולנמק ישירות על סמך ייצוגים אלו, לפתח הסבר קצר לדיווח על פרשנויותיה, תוצאותיה ונימוקה.

2. התלמידה מסוגלת לפרש ולזהות מצבים בהקשרים המצריכים היקש ישיר בלבד, לחלץ מידע רלוונטי ממקור אחד ולהשתמש במודל ייצוגי אחד, ליישם אלגוריתמים והליכים בסיסיים, כמו גם נוסחאות ומוסכמות פשוטות, להסיק מסקנות ישירות ולפרש את התוצאות באופן מילולי.

1a. התלמידה מסוגלת לענות על שאלות הכוללות הקשרים מוכרים שבהם המידע הרלוונטי כולו מוצג והשאלות מוגדרות בבירור. היא מסוגלת לזהות מידע ולבצע הליכים רוטיניים על פי הנחיות ישירות במצבים מפורשים. ביכולתה לבצע פעולות ברורות מאליהן העולות באופן מידי מהקלט הנתון: בחירה של מודל מתאים (מתוך רשימה), ביצוע חישובים פשוטים, בחירה של אסטרטגיה מתאימה (מתוך רשימה), הסקת מסקנות פשוטות, בחירה של הצדקה מתאימה מתוך רשימה, פירוש מידע המוצג בצורה גרפית ו/או דיאגרמות, והערכה מדוע התוצאה מתאימה או לא לבעיה.

1b. התלמידה מסוגלת להבין שאלות שמערבות הקשר מציאותי (בתנאי שהמידע הרלוונטי נתון במפורש ומנוסח במשפטים קצרים ופשוטים), לעקוב אחר הוראות ברורות, ולבצע שלב אחד מתוך שניים בעת פתרון בעיות.

1c. התלמידה מסוגלת להבין שאלות שמערבות הקשר מציאותי (בתנאי שהמידע הרלוונטי נתון במפורש ומנוסח במשפטים פשוטים וקצרים מאד), לעקוב אחר הוראה יחידה וברורה, ולפתור בעיות חד-שלביות בלבד.

2. שיטה

מתוך הרקע עולה הצורך לבחון מהי ההגדרה של רמות חשיבה מתמטית שבה עושה שימוש משרד החינוך בבחינות הבגרות במתמטיקה ולבדוק האם קידום מצוינות במערכת החינוך יכול לתרום להצלחה של תלמידים במבחני הבגרות במתמטיקה ברמת 5 יח"ל. בהתאם, נגזרות ארבע שאלות שבהן התמקדנו במחקר הנוכחי.

2.1 שאלות המחקר

1. באיזו הגדרה של "חשיבה מתמטית גבוהה" עושה משרד החינוך שימוש בשאלוני בגרות ברמת 5 יח"ל, ואילו מיומנויות כוללת הגדרה זו?

2. אילו רמות של חשיבה מתמטית מופיעות בשאלות בבחינות הבגרות במתמטיקה בשנים 2014–2019?

א. בהתאם לסולם רמות החשיבה המתמטית של משרד החינוך

ב. בהתאם לסולם רמות הבקיאות המתמטית של פיז"ה

ג. מה רמת ההתאמה בין פריטי חשיבה מתמטית גבוהה לבין שאלות ברמות 4-6 על פי פיז"ה?

3. מה אחוז ההצלחה בפריטי חשיבה מתמטית גבוהה בקרב תלמידים אשר השיגו ציון נמוך מ-70?

א. בהתאם לסולם רמות החשיבה המתמטית של משרד החינוך

ב. בהתאם לסולם רמות הבקיאות המתמטית של פיז"ה

4. כיצד ניתן להסביר את הקשרים שאותרו בין הישגי התלמידים בפריטים לבין רמת החשיבה/בקיאות בהם?

א. בהתאם לסולם רמות החשיבה המתמטית של משרד החינוך

ב. בהתאם לסולם רמות הבקיאות המתמטית של פיז"ה

2.2 מדגם

במחקר הנוכחי התמקדנו בנייתוח השאלות אשר נכללו במועדי א' (קיץ) של מבחני הבגרות במתמטיקה ברמת 5 יח"ל (שאלונים שמספריהם הם: 35806, 35807, 35581, 35582) בין השנים 2014–2019, כפי שמפורט בטבלה 1. השימוש בשאלונים ממועד א' קיץ בלבד נבע כתוצאה מכך שהמידע הזמין בחדר המחקר של משרד החינוך

כולל רק שאלונים אלה. שאלון 35806 זהה בתוכנו לשאלון 35581 ומכיל שמונה שאלות, ושאלון 35807 זהה בתוכנו לשאלון 35582 ומכיל חמש שאלות – סה"כ 78 שאלות. ניתוח כל שאלה התבצע ברמת הסעיף ותת-הסעיף, על מנת לייצג בצורה יסודית ככל האפשר את רמות החשיבה שמזמנת כל שאלה. סה"כ נותחו במחקר 355 פריטים (סעיפים ותתי סעיפים).

בנוסף, על מנת להבין באיזו הגדרה של רמות חשיבה מתמטית עושה משרד החינוך שימוש בשאלוני בגרות ברמת 5 יח"ל, קיימנו ראיונות חצי-מובנים עם שני בעלי תפקידים רלוונטיים: (1) גב' מזל אלטחן, מדריכה מרכזת ארצית במתמטיקה – באת-כוחה של מפמ"ר מתמטיקה נרית כ"ץ; (2) ד"ר יניב ביטון, ראש תחום מתמטיקה במרכז לטכנולוגיה חינוכית – גוף אשר מפתח באופן עקבי חומרים במתמטיקה עבור משרד החינוך. בראיונות שאלנו לגבי העקרונות המנחים בכתיבת מבחני בגרות במתמטיקה ולגבי הקריטריונים שבהם נעשה שימוש כדי לקבוע את רמת החשיבה המתמטית הנדרשת בכל שאלה ואת המיומנויות הנדרשות.

טבלה 1.

מספר פריטים שנותחו לפי שאלון ולפי מועד של בחינת הבגרות במתמטיקה

מספר פריטים שנותחו בכל שאלון בגרות			שנה
סה"כ	35807/35582	35806/35581	
43	18	25	2014
52	20	32	2015
58	25	33	2016
63	32	31	2017
63	27	36	2018
76	29	47	2019
355	151	204	סה"כ

2.3. ניתוח הנתונים

חלקו הראשון של המחקר התמקד בניית איכותני במטרה לזהות את רמות החשיבה במתמטיקה על פי משרד החינוך. בחלקו השני של המחקר נעשה שימוש הן בשיטות איכותניות והן בשיטות כמותיות במטרה לאפיין את ביצועי התלמידים בבחינות הבגרות במתמטיקה ברמת 5 יחידות לימוד.

2.3.1. רמות חשיבה במתמטיקה על פי משרד החינוך

הניתוח בחלק זה התבצע כולו על ידי המחבר הראשון. הניתוח כלל שני שלבים עיקריים:

1. ניתוח הראיונות בדגש על התייחסות לרכיבים של המסגרת המושגית אשר לפיה פועל משרד החינוך.
2. ניתוח תוכן של מסמכי מדיניות של משרד החינוך ושל פרסומים רשמיים.

2.3.2. ביצועי תלמידים בבחינות בגרות במתמטיקה

הניתוח בחלק זה כלל שני שלבים עיקריים. שלב 3 התבצע על ידי המחבר הראשון, ושלב 4 התבצע על ידי המחבר השני תוך קבלת משוב חוזר מהמחבר הראשון.

1. מיפוי הפריטים בשאלונים על פי רמות החשיבה של משרד החינוך ועל פי רמות הבקיות של פיז"ה

על מנת לאפיין את המיומנויות הנדרשות לפתרון כל פריט וכל שאלה מבחינות הבגרות:

א. עבור כל שאלה, כתיבת פתרון מלא של השאלה וניתוח של לפחות שני פתרונות מלאים של בחינות הבגרות במתמטיקה אשר מפורסמים באופן מקוון (באתר [מלומד](#), [יאל גבע](#), [בגרות אונליין](#), ו/או [קידום](#)).

ב. עיבוד כל אחת מהמסגרות התיאורטיות וגיבוש קריטריונים מבחינים על מנת לקודד פריטים בהתאם לכל מסגרת (ראה [טבלה 2](#)). גיבוש הקריטריונים לקידוד על פי המסגרת המושגית של פיז"ה נעשה תוך התייעצות עם מינהלת מדידה והערכה במרכז לטכנולוגיה חינוכית.

טבלה 2.

קריטריונים מבחינים למיפוי פריטים על פי רמות בקיאות מתמטית (פיז"ה)

רמה	תיאור
1	נמוכה זיהוי, מילוי הוראה ישירה, כתיבת ביטוי אלגברי פשוט, הצבה בביטוי או משוואה פשוטה.
2	הסקה ממקור יחיד, תהליך יחיד וישיר, כתיבת משוואה פשוטה, חישוב בסיסי (ממוצע), קריאת נתון.
3	תהליך דו-שלבי, כתיבת משוואה דו-שלבית, חישוב הדורש שני שלבים, השוואת נתונים מגרף.
4	גבוהה מצב מורכב קונקרטי – כולל הנחות ואילוצים, ניסוח משוואה מורכבת, הבנת מגמה/אקסטרפולציה.
5	מצב מורכב מופשט – כולל הנחות ואילוצים, דרושה תובנה לביצוע, הסקה מכמה מקורות מידע.
6	מערכת מורכבת – אסטרטגיה, טיפול במצב חדש ולא רגיל, הבנה של המערכת כולה, תכנון ניסוי/מודל.

ג. ניתוח כל פריט (סעיף או תת-סעיף) על פי חמשת המאפיינים הבאים: נושא מתמטי בתכנית הלימודים, מספר המילים (בהקדמה לפריט ובפריט עצמו), סוג מיומנות אוריינית-מתמטית לפי המסגרת המושגית של פיז"ה, רמת אוריינות מתמטית לפי פיז"ה, ורמת חשיבה מתמטית על פי משרד החינוך.

2. ניתוח הישגי התלמידים בבחינות הבגרות במתמטיקה בין השנים 2014-2018 התבצע באמצעות חדר

המחקר הוירטואלי של משרד החינוך. הניתוח התייחס לארבעה היבטים:

א. על מנת למצוא את אחוז ההצלחה בפריטי חשיבה/בקיאות גבוהה בקרב תלמידים אשר השיגו ציון נמוך מ-70 בבחינה, חישבנו את הציון הממוצע בשאלות לפי רמת החשיבה (משרד החינוך) והבקיות

(פיז"ה) ולפי הציון הכולל בבחינה. מגבלה של הניתוח הייתה היעדר מידע לגבי הניקוד היחסי של כל סעיף או תת-סעיף בשאלות, ובפרט הניקוד היחסי של פריטים בעלי רמת חשיבה גבוהה.

ב. על מנת לבחון את רמת ההתאמה בין פריטי חשיבה מתמטית גבוהה לבין שאלות ברמות 4-6 על פי פיז"ה, הגדרנו את רמת החשיבה/בקיאות המתמטית בשאלה בתור הרמה הגבוהה ביותר של פריט בשאלה. אפשרות זו נבחרה כעדיפה על חלופות אחרות (למשל רמת החשיבה הממוצעת בשאלה, או רמת החשיבה של הפריט הראשון בשאלה) מאחר שהיא משקפת בצורה האמינה ביותר את רמת החשיבה/בקיאות הנדרשת על מנת להשיג ניקוד מלא בשאלה. חישוב ראשית את השכיחות של שאלות המערבות כל רמת חשיבה/בקיאות. לאחר מכן חישובנו עבור כל שאלה את הפער בין רמת החשיבה לבין רמת הבקיאות.

ג. על מנת לבחון אם הייתה העדפה עקבית של נבחנים לשאלות בחלק מסוים של הבחינה, מיפינו כל חלק בכל שאלון בגרות לפי הבחירה המתאפשרת בו מבחינת רמות חשיבה/בקיאות: אין בחירה (כל השאלות ברמה גבוהה/נמוכה), או שקיימת בחירה בין שאלות ברמה גבוהה לבין שאלות ברמה נמוכה. לאחר מכן חישובנו את היחס בין מספר המשיבים בפועל בכל שאלה לבין מספר המשיבים הצפוי במקרה של בחירה אקראית בין השאלות באותו חלק. חישוב מספר המשיבים הצפוי נעשה לפי מספר הנבחנים (באותו שאלון, באותה שנה) כפול שני שלישי (בחלק שבו נבחרות שתי שאלות מתוך שלוש) או כפול חצי (בחלק שבו נבחרת שאלה אחת מתוך שתיים). יחס גבוה מ-1 משקף העדפה עקבית לשאלה, בעוד יחס נמוך מ-1 משקף העדפה עבור השאלות האחרות באותו חלק.

ד. כדי לזהות את הגורמים המשפיעים על הצלחה בשאלות חשיבה גבוהה, השתמשנו בניתוח קלסיפיקציה שבדק את הגורמים המשפיעים ביותר על ההסתברות להשיג ניקוד מלא בשאלה. תוצאות הניתוח מוצגות כעץ החלטות שבו הפיצול הראשון מתבצע על ידי הגורם המשפיע ביותר. כל ענף היוצא מן הפיצול מייצג חלק מן האוכלוסייה העונה לקריטריון הפיצול. כל ענף יכול להתפצל שנית לפי הגורם הכי משפיע בקבוצה שמייצג הענף, וחוזר חלילה. העץ נבנה בעזרת Recursive Partitioning and Regression Tree (חבילת Rpart - R). רשימת הגורמים שהוכנסו לניתוח כוללת ארבע קטגוריות:

(1) מאפייני תלמיד: מין, השכלת הורים, מספר אחים, סך יחידות לימוד, מספר מקצועות מוגברים (5 יח"ל).

(2) מאפייני בית הספר: עשירון טיפות, מגזר, מחוז גיאוגרפי, יחידת דיווח, מדד חברתי כלכלי ומדד פריפריאליות של יישוב בית הספר.

(3) מאפייני השאלה: שנה, שאלון, מספר שאלות בחלק, מיקום בשאלון, מספר הפריטים בשאלה, מספר המילים בשאלה, נושא השאלה, רמת חשיבה (לפי משה"ח), רמת בקיאות (לפי פיז"ה).

(4) הישגי התלמיד: הציון הסופי בבחינת הבגרות במתמטיקה (כלומר, הציון המשוקלל של ציון המגן ושל שני שאלוני בחינות הבגרות, כולל מועדי בחינה חוזרים אם היו). שקלנו מספר אפשרויות אחרות

(כגון ממוצע כללי בבגרות, ציון בשאלון אליו שייכת השאלה, או ממוצע של שאר השאלות בשאלון בלי השאלה עצמה), אך בחרנו להשתמש במדד עם קשר חזק מאד ליכולות הנדרשות לפתרון שאלות הבחינה והשפעה חלשה יחסית של הצלחה בשאלה ספציפית.

הניתוחים הסטטיסטיים התבצעו בשלב הראשון לגבי כל התלמידים שנבחנו במועד א' (קיץ) של בחינת הבגרות בשנים הנתונות, בלפחות אחד משאלוני הבחינה. לאחר מכן, כדי למנוע השפעות לא ידועות של תלמידים שנבחנו רק בשאלון אחד (או שנבחנו פעמים רבות באותו שאלון) חזרנו על חלק מן הניתוחים רק עבור נבחנים שנבחנו רק פעם אחת בכל אחד משני השאלונים. מגבלה של שיטת ניתוח זו היא שהיא מסננת תלמידים שנבחנו בשאלון מסוים ביותר משנה אחת, אבל לא תלמידים שנבחנו בשאלון מסוים ביותר ממועד אחד באותה שנה.

3. ממצאים

ממצאי הניתוח מחולקים לארבעה תתי פרקים, בהתאם לשאלות המחקר.

3.1 "חשיבה מתמטית גבוהה" על פי משרד החינוך

המרוויינים תיארו שלוש רמות עיקריות של חשיבה מתמטית – ידע/זיהוי, חשיבה תהליכית, וחיפוש פתוח. רמות אלו נמצאות בהלימה עם המסגרת התיאורטית שתיארו אביטל ושטלוורת' (Avital & Shettleworth, 1968), ואכן מסגרת זו הוזכרה במפורש בראיונות בתור המודל המנחה את משרד החינוך לתיאור רמות החשיבה. מתוך הראיונות עולה כי נעשה שימוש במסגרת המעודכנת, אשר כוללת חמש רמות (טבלה 3).

טבלה 3.

קריטריונים מבחינים למיפוי פריטים על פי רמות חשיבה מתמטית (משרד החינוך)

רמה	שם	תיאור
1	ידע/זיהוי	הכרת החומר בצורה שבה נלמד; שליפה מהזכרון; שיחזור מילולי.
2	חשיבה תהליכית בסיסית	שימוש באלגוריתם פשוט, מעבר בין ייצוגים
3	חשיבה תהליכית מורכבת	הכללה מורכבת, מרחק גדול בין הפתרון לנתוני הבעיה
4	גבוהה	חיפוש פתוח בסיסי תובנה פשוטה, חוש למבנה, לא קיים אלגוריתם ברור לפתרון מלא
5	חיפוש פתוח מורכב	תובנה מורכבת, שימוש בעקרון מתחום אחר

הרמה הבסיסית, ידע/זיהוי, מערבת שימוש ישיר בשיטות שנלמדו בכיתה, כגון הצבה בביטוי אלגברי, פתרון משוואה ריבועית, או שיום נקודות על גבי מערכת צירים. רמה זו מקבילה לרמת הידע' בטקסונומיה של בלום. במילים אחרות, "התלמיד נשאל על החומר כמו שהוא לומד אותו".

הרמה השנייה, חשיבה תהליכית, מחולקת במסגרת המעודנת לשתי תתי-רמות בהתאם למידת המורכבות של התהליך המצופה מהתלמיד. נוח לתאר זאת כחשיבה תהליכית בסיסית מול חשיבה תהליכית מורכבת:

(א) חשיבה תהליכית בסיסית מערבת שימוש באלגוריתמים פשוטים ומוכרים היטב, כגון מציאת נקודות קיצון, מציאת איבר כללי של סדרה חשבונית, או מציאת הצגה פולרית של מספר מרוכב. רמה זו מקבילה לרמת ה'הבנה' בטקסונומיה של בלום. במילים אחרות, "התלמיד נדרש להשתמש באלגוריתם של פתרון – לעבור מייצוג מסוים, מייצוג מילולי לייצוג אלגברי, מייצוג של פונקציה כגרף לייצוג של טבלה". למשל, סעיפים א(1), א(2), א(4), ו-ב(1) באיור 1 מסתמכים על שימוש באלגוריתמים פשוטים ומוכרים היטב.

(ב) חשיבה תהליכית מורכבת, לעומת זאת, מערבת שימוש באלגוריתמים מורכבים יותר, כגון חישוב זווית בין מישורים נחתכים, הוכחה גיאומטרית במצב מוכר (למשל, ללא צורך בבניות עזר או בתובנה

מיוחדת), או מציאת פתרונות מרוכבים של משוואה. רמה זו מקבילה לרמת ה'יישום' בטקסונומיה של בלום. למשל, סעיפים א(3) ו-א(5) באיור 1 מסתמכים על שימוש באלגוריתמים מורכבים – מציאת אסימפטוטות ושרטוט גרף לפי נתונים.

איור 1.

דוגמא לרמות חשיבה במתמטיקה בשאלה בבחינת הבגרות (מועד קיץ א' 2017, שאלון 35806, שאלה

6)

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-5}{\sqrt{x^2-10x+24}}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x+5)$.

ב. (1) הוכח ש- $g(x)$ היא פונקציה אי-זוגית.
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. הסבר מדוע לכל $1 < a < b$ מתקיים השוויון: $\int_a^b g(x) dx = \int_{a+5}^{b+5} f(x) dx$.

הרמה הגבוהה, *חיפוש פתוח*, מחולקת אף היא לשתי תתי-רמות בהתאם למידת המורכבות של החיפוש הנדרש מהתלמיד. נוח לתאר זאת כחיפוש פתוח פשוט וחיפוש פתוח מורכב:

(א) *חיפוש פתוח פשוט* מצריך תובנה חדשה לצד מומחיות בביצוע כל התהליכים הרלוונטיים לפתרון השאלה, כגון זיהוי של מקומות גיאומטריים, הוספת בניית עזר לא שגרתית לסרטוט גיאומטרי, או שימוש ב'חוש למבנה' כדי להפוך ביטוי לנוח יותר לעבודה. רמה זו מקבילה לרמת ה'אנליזה' בטקסונומיה של בלום. במילים אחרות, "התלמיד נדרש לגלות מעצמו, לייצר משהו חדש. מכל מה שהוא למד – הוא לא פגש כזה דבר והוא אוסף את כל הכלים שהוא למד ומיישם אותם כדי לבנות משהו חדש". למשל, סעיף ב(2) באיור 1 לעיל מצריך תובנה פשוטה לגבי החיבור בין סעיפי החקירה של הפונקציה המקורית לבין אי-זוגיות הפונקציה החדשה. בעוד שההוראה בסעיף זה דומה מאד להוראה בסעיף א(5), התהליך הנדרש כדי להשיב על הסעיף הנוכחי דורש תובנה חדשה ואינו אלגוריתמי נטו.

(ב) *חיפוש פתוח מורכב* מצריך תובנה חמקמקה יותר, כגון שימוש לא טריוויאלי בנוסחאות מוכרות (דה-מואבר, זהויות טריגונומטריות), החלפת משתנים באינטגרציה, והתייחסות לאילוצים על הנתונים כדי לפסול פתרונות. בנוסף, גם הוכחות פורמליות נכנסות תחת קטגוריה זו. רמה זו מקבילה לרמת ה'סינתזה' בטקסונומיה של בלום. במילים אחרות, "אם אתה חכם מספיק אתה לא עובד קשה, אתה לא מתחיל את הכל מהתחלה, אתה עושה את זה (במהירות). אם אתה פחות יודע להגיע לרמות כאלו של חשיבה – תתחיל לעבוד קשה, לא בטוח שתצליח". למשל, סעיף ג באיור 1 לעיל מצריך תובנה מורכבת לגבי תכונות של אינטגרלים בביטוי הנתון בעזרת פרמטרים.

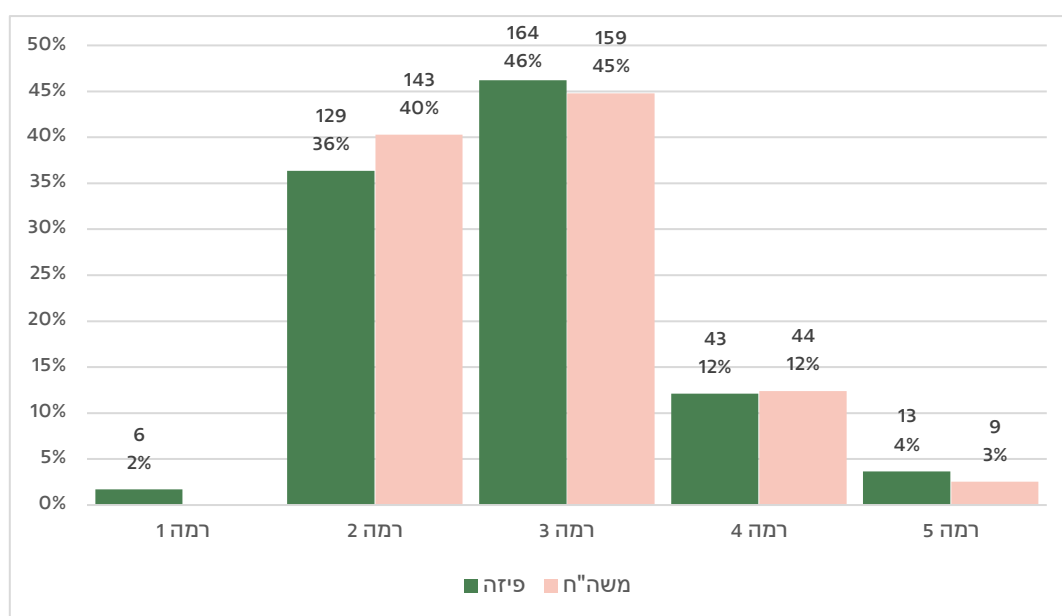
3.2. רמות חשיבה בבחינות הבגרות

סה"כ נותחו במחקר 355 פריטים, אשר מהווים סעיפים ותתי סעיפים של 78 שאלות (ראה **טבלה 1**). מיפוי השאלות התבצע ברמת הסעיף ותת-הסעיף, על מנת לייצג בצורה יסודית ככל האפשר את רמות החשיבה שמזמנת כל שאלה, אך חלק מהניתוחים מתייחסים לרמת השאלה כולה.

איור 2 מציג את שכיחות הפריטים (סעיפים ותתי-סעיפים) בכל רמת חשיבה/בקיאות. כפי שניתן לראות, לא נמצאו פריטים שסווגו ברמת בקיאות 6 לפי פיז"ה, לצד פריטים בודדים שסווגו ברמת חשיבה/בקיאות 5. שאלות הכילו לכל היותר פריט אחד ברמת החשיבה הגבוהה ביותר, אך בשני מקרים הכילו יותר מפריט אחד ברמת בקיאות 5. שיעור דומה של פריטים היה ברמות חשיבה 2-3 לפי משה"ח, בהלימה עם ההתפלגות התיאורטית של שאלות המערבות חשיבה תהליכית על פי הגדרת הטקסונומיה לבחינת המיצ"ב (משרד החינוך, 2009ב, עמ' 178). בנוסף, כצפוי לאור רמת הבחינה הגבוהה, לא נמצאו כלל פריטים שסווגו ברמת חשיבה 1 ופריטים בודדים שסווגו ברמת הבקיאות הנמוכה ביותר.

איור 2.

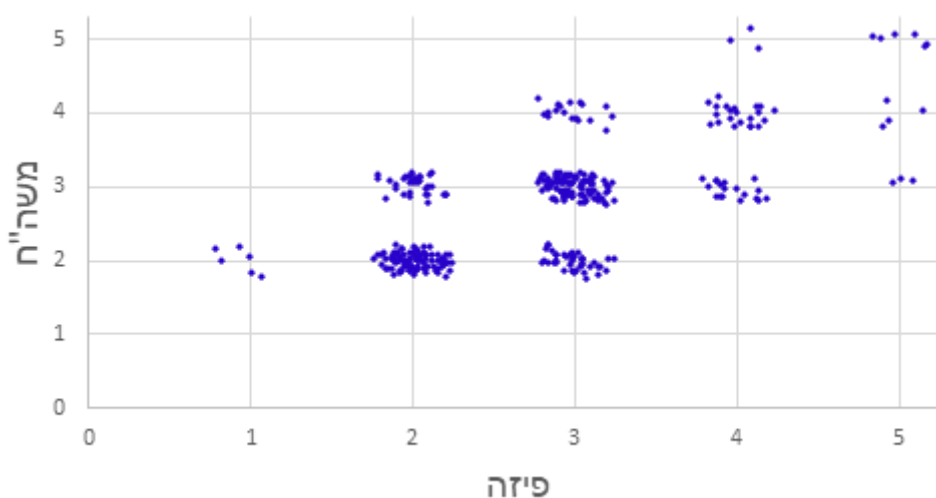
שכיחות הפריטים (סעיפים ותתי-סעיפים) בכל רמת חשיבה/בקיאות.



איור 3 מציג תרשים פיזור עבור כלל הפריטים שנותרו במחקר לפי רמת החשיבה שקודדה עבור הפריט (לפי משה"ח) ולפי רמת הבקיאות (לפי פיז"ה). כפי שניתן לראות, קיימת התאמה גבוהה בין שתי מסגרות הניתוח מבחינת מספר הפריטים בכל רמת חשיבה/בקיאות – כל הפריטים (מלבד שלושה סעיפים שהופיעו בשאלה ספציפית, ראה נספח – פער בין רמת חשיבה לבין רמת בקיאות) דורגו בפער מקסימלי של רמה אחת בין שתי המסגרות. ממצא זה מצביע על קווי דמיון משותפים בין שתי המסגרות.

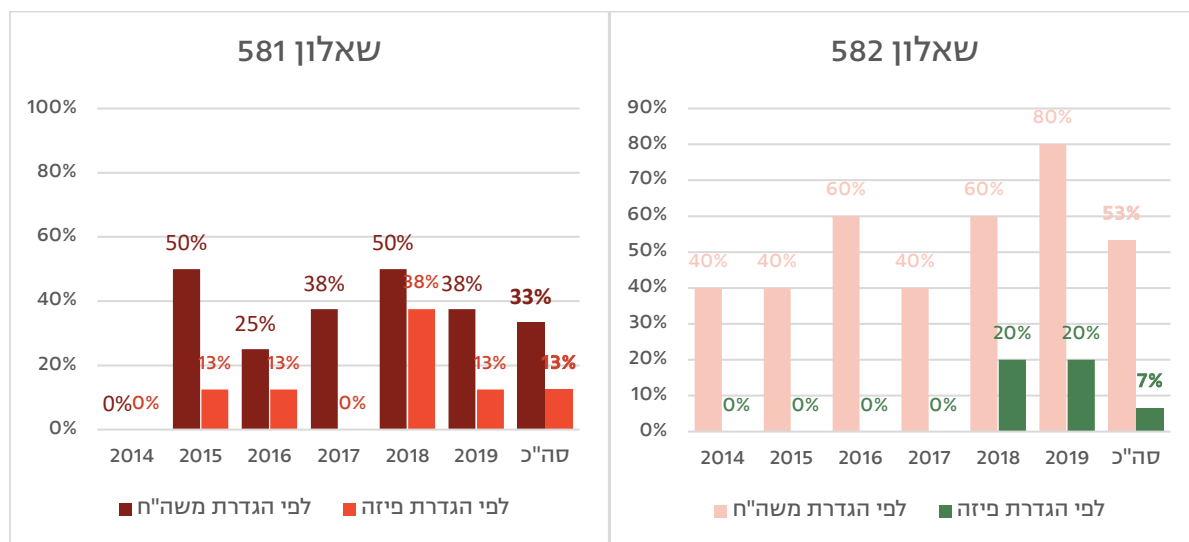
איור 3.

רמות חשיבה/בקיאות לפי פריט – תרשים פיזור בין רמות בקיאות ורמות חשיבה



השוואה של רמות החשיבה על פי שאלון בחינה מעלה תמונה מעט מורכבת יותר. כפי שניתן לראות באיור 4, שאלון 582 הכיל אחוז גבוה יותר של שאלות חשיבה גבוהה (רמות 4-5) על פי משה"ח לעומת שאלון 581, ובו זמנית אחוז קטן יותר מוגדר כחשיבה גבוהה על פי פיז"ה (רמות 5-6). ממצא זה נמצא בהלימה עם התפישה הרווחת של שאלון 582 כמורכב יותר לעומת שאלון 581. תפישה זו הוזכרה גם בראיונות.

שכיחות השאלות ברמות החשיבה הגבוהות לפי מסגרת מושגית, לפי מועד הבחינה ולפי שאלון בחינה.



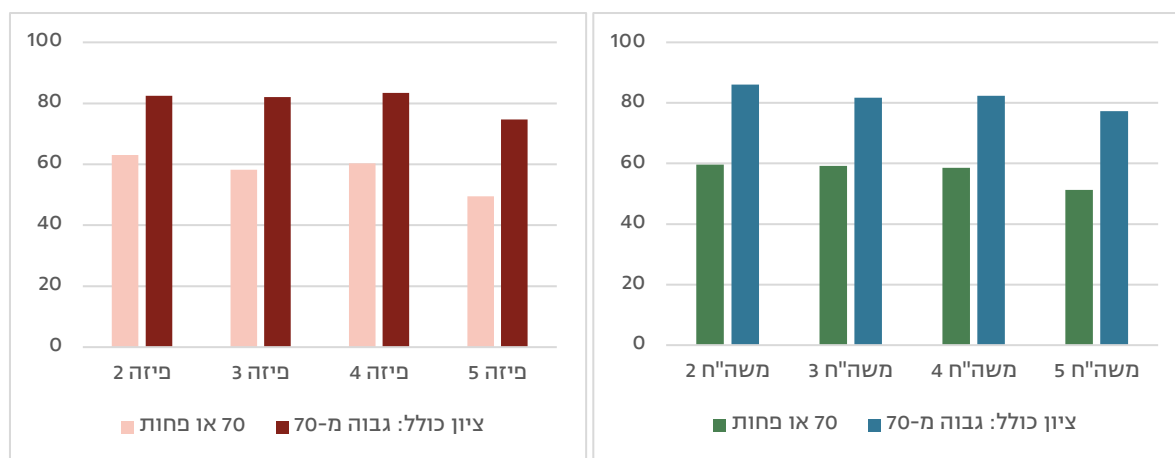
ביצועי תלמידים בבחינות בגרות במתמטיקה

חלק זה מתייחס לתוצאות ניתוח השאלות אשר נכללו במועדי א' (קיץ) של מבחני הבגרות במתמטיקה ברמת 5 יח"ל. בשל מגבלות המידע הזמין בחדר המחקר של משרד החינוך, הניתוח כלל רק פריטים (סעיפים ותתי-סעיפים) אשר נכללו בשאלות מתוך מועדי א' (קיץ) של מבחני הבגרות במתמטיקה ברמת 5 יח"ל בין השנים 2014-2018.

3.3. הישגי תלמידים בפריטי חשיבה/בקיאות גבוהה

שאלת מחקר זו התמקדה באחוז ההצלחה בפריטי חשיבה/בקיאות גבוהה בקרב תלמידים אשר השיגו ציון נמוך מ-70 בבחינה. איור 5 מציג את הציון הממוצע בשאלות לפי רמת החשיבה (משרד החינוך) והבקיות (פיז"ה) ולפי הציון הכולל בבחינה, בקרב כלל התלמידים שהשיבו על השאלה. כפי שניתן לראות, לרמת השאלה היתה אפקט דומה על נבחנים שהשיגו ציון גבוה מ-70 בבחינה ועל נבחנים שהשיגו ציון נמוך מ-70. במילים אחרות, הניתוח מצביע על השפעה שולית של רמת החשיבה/בקיאות על הציון באותה שאלה.

ציון ממוצע בשאלה לפי רמת החשיבה (משמאל) והבקיאות (מימין) ולפי הציון הכולל בבחינה.



רמת חשיבה (משרד החינוך)

רמת בקיאות (פיז"ה)

הערה: הציון הכולל בבחינה חושב עבור כל תלמיד ללא השאלה המנותחת על מנת לבטל את התלות של הציון הכללי בהצלחה בשאלה המנותחת.

הניתוח מעלה שלוש סיבות אפשריות להשפעה הנמוכה של רמות החשיבה על הציון הכולל של התלמיד. ראשית – מיעוט השאלות ברמות החשיבה/בקיאות הגבוהה.

טבלה 4 מציגה את אחוז השאלות מכל רמה שעליהן ענו הנבחנים. כפי שניתן לראות, מעל 60% מהשאלות שנותחו היו ברמת חשיבה/בקיאות נמוכה (2-3). גם כאשר שאלות סווגו כשאלות ברמת חשיבה/בקיאות גבוהה, מאחר שרמת החשיבה/בקיאות בשאלה נקבעה על פי הרמה המרבית של פריט בשאלה, חלק גדול מן הפריטים בשאלות ברמת חשיבה/בקיאות גבוהה הם פריטים ברמת חשיבה/בקיאות נמוכה. לפיכך ההשפעה הכללית של שאלות ברמת חשיבה/בקיאות גבוהה על הממוצע הייתה שולית.

טבלה 4.

אחוז השאלות בבחינות הבגרות 2014-2018 (מועדי א') לפי רמת חשיבה/בקיאות.

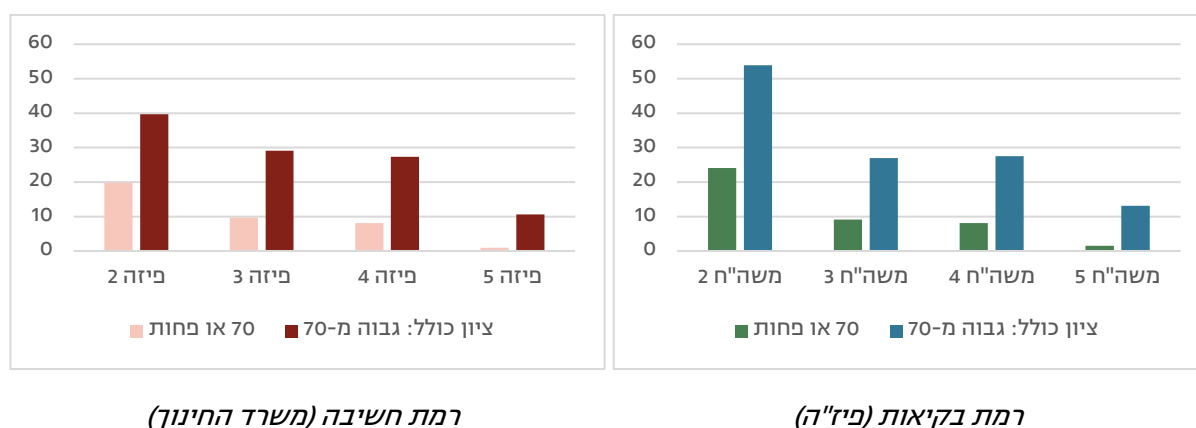
רמה	1	2	3	4	5	6
חשיבה (משה"ח)	-	7%	55%	23%	15%	-
בקיאות (פיז"ה)	-	5%	56%	27%	12%	-

שנית, שאלה שמוגדרת ברמת חשיבה/בקיאות גבוהה עשויה לכלול לעתים לכל היותר פריט (סעיף/תת-סעיף) יחיד ברמה זו ולכן הצלחה גבוהה יותר בפריטים אלו לא בהכרח תשנה משמעותית את הציון בשאלה.

לצד זאת, ניתן לצפות שפריטים אלו קשים יותר ולכן בשאלות כאלו ההסתברות להשיג ניקוד מלא בשאלה תהיה נמוכה משמעותית. לדוגמה, שאלה בת חמישה סעיפים שמתוכם אחד ברמת חשיבה גבוהה. אם חצי מהנבחנים לא השיבו על סעיף זה, אז הציון הממוצע עשוי לרדת ב-10% בעוד שההסתברות להשיג ניקוד מלא תרד ב-50%. לפיכך בדקנו את אחוז התשובות המלאות כפונקציה של רמת החשיבה המקסימלית בשאלה. איור 6 מציג את אחוז הנבחנים שהשיגו ניקוד מלא בשאלה, לפי רמת החשיבה והבקיאות ולפי הציון הכולל בבחינה. כפי שניתן לראות, קיים אפקט בולט יותר – רמת חשיבה/בקיאות גבוהה יותר מתבטאת בירידה משמעותית של ההסתברות להגיע לניקוד מלא. לכן סה"כ נראה כי רמת החשיבה משפיעה ברמת הפריט אבל מעט ברמת השאלה המלאה (ומעט מאד ברמת ההישג הכללי בבחינה).

איור 6.

אחוז הנבחנים שהשיגו ניקוד מלא בשאלה, לפי רמת החשיבה (משמאל) והבקיאות (מימין) ולפי הציון הכולל.



הערה: הציון הכולל בבחינה חושב עבור כל תלמיד ללא השאלה המנותחת על מנת לבטל את התלות של הציון הכללי בהצלחה בשאלה המנותחת.

שלישית, בכל אחד משאלוני הבחינה נמצאו דפוסי ביצוע שונים בשאלות ברמת חשיבה שונות (לפי משה"ח). בשאלון הראשון (806) הממוצע בשאלות ברמת חשיבה גבוהה היה נמוך בכ-6 נקודות מהממוצע בשאר השאלות בשאלון, בעוד שבשאלון השני (807) הממוצע בשאלות ברמת חשיבה גבוהה היה דווקא גבוה בכ-3 נקודות מהממוצע בשאר השאלות בשאלון. כדי למנוע השפעות לא ידועות של תלמידים שנבחנו רק בשאלון אחד (או שנבחנו פעמים רבות באותו שאלון) חזרנו על חלק מן הניתוחים רק עבור נבחנים שנבחנו רק פעם אחת בכל אחד משני השאלונים. גם בניתוח זה נמצא אפקט דומה מאד של היפוך, ולכן סביר שהוא אינו נובע מהבדלים באוכלוסייה.

3.4. מאפייני תלמידים לפי מידת הצלחה בפריטי חשיבה/בקיאות מתמטית גבוהה

שאלת מחקר זו התמקדה בגורמים המשפיעים על הצלחה בשאלות חשיבה/בקיאות גבוהה. רשימת הגורמים שהוכנסו לניתוח כוללת ארבע קטגוריות (ראה סעיף 4 בפרק 2.3.2): מאפיינים של השאלה עצמה, מאפיינים של התלמיד/ה – כולל מאפיינים דמוגרפיים, מאפיינים של בית הספר שבו למד/ה, וכן רמת היכולות של התלמיד/ה במתמטיקה כפי שהן מיוצגות על ידי ציון הבגרות הסופי במתמטיקה ברמת 5 יח"ל.

כפי שהזכרנו, מצאנו כי רמת החשיבה המקסימלית בשאלה משפיעה מעט על ההישגים הממוצעים בשאלה, אך משפיעה יותר על ההסתברות להשיג ניקוד מלא בשאלה. משום כך ביצענו את הבדיקה הנוכחית על ידי חיפוש קשר בין הגורמים השונים להסתברות להשיג ניקוד מלא בשאלה. ראשית בדקנו את הקשר בין הגורמים השונים להסתברות להשגת ניקוד מלא בשאלה כלשהי, ובהמשך התייחסנו גם לרמת חשיבה/בקיאות של השאלה.

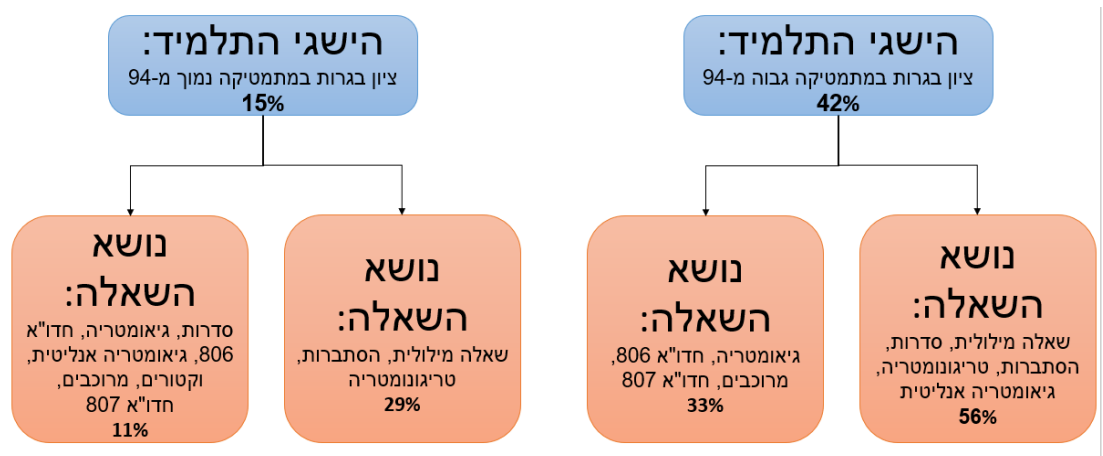
איור 7 מציג את ההסתברות להשיג ניקוד מלא בשאלה כלשהי לפי הגורם המשפיע. כצפוי, הגורם בעל כושר הניבוי הגבוה ביותר לקבלת ניקוד מלא בשאלה היה ציון הבגרות במתמטיקה, כאשר הקשר ממוקדם בפיצול לפי ציון גבוה או נמוך מ-94 (להלן מצטיינים/לא מצטיינים). במילים אחרות, יכולות גבוהות במתמטיקה ברמת 5 יח"ל משמשות כמנבא מוצלח להסתברות להשיג ניקוד מלא (ולא רק ניקוד גבוה) בשאלות בבחינת הבגרות במתמטיקה. הגורם המשמעותי הבא לניבוי ההסתברות לניקוד מלא בשאלה הוא נושא השאלה. כפי שרואים בתרשים, גם נבחנים 'מצטיינים' וגם נבחנים שאינם 'מצטיינים' נוטים יותר להשיג ניקוד מלא בנושאים מסוימים (שאלה מילולית, הסתברות, וטריגונומטריה) מאשר בנושאים אחרים.

לאחר מיצוי הקשר של ציון הבגרות ונושא השאלה עם ההסתברות להשיג ניקוד מלא בשאלה, לא נותרה תרומה משמעותית של אף גורם אחר (מאפייני הנבחן ומאפייני השאלה) לניבוי ההסתברות להשיג ניקוד מלא – גם הפיצולים הבאים של העץ (אשר אינם מוצגים בתרשים) מבוססים על ציון הבגרות ונושא השאלה.

לכאורה, לפי ניתוח זה, לרמת החשיבה/בקיאות של השאלה אין תרומה לניבוי ההסתברות לניקוד מלא בשאלה. כדי לנסות בכל זאת להשוות בין רמת החשיבה/בקיאות של השאלה ומאפיינים אחרים של הנבחן והשאלה מבחינת הקשר להסתברות לניקוד מלא, חזרנו על אותו ניתוח, הפעם ללא הכנסת ציון הבגרות במתמטיקה לניתוח.

איור 7.

ההסתברות להשיג ניקוד מלא בשאלות בבגרות לפי הגורם המשפיע, לפי המודל השלם.



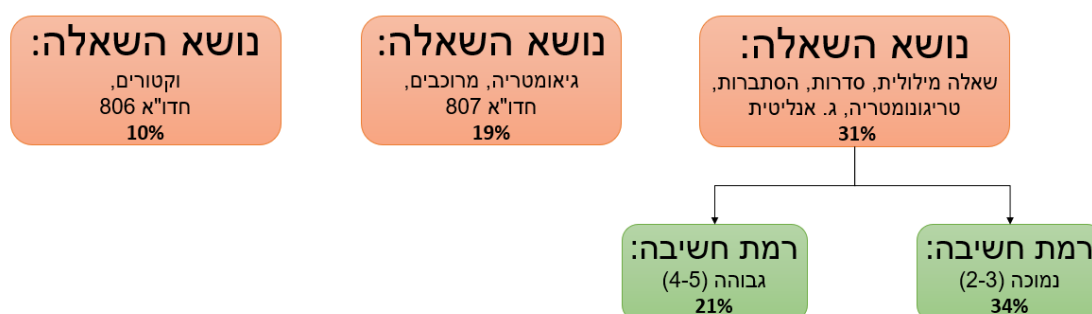
איור 8 מציג את ההסתברות להשיג ניקוד מלא בשאלה כלשהי לפי הגורם המשפיע, במודל שבו לא נעשה שימוש בציון הבגרות כמשתנה מנבא. כאשר מתעלמים מהיכולת המתמטית של התלמיד, הגורם המשמעותי

ביותר לניבוי הוא נושא השאלה. בחמישה נושאים (שאלות מילוליות, סדרות, הסתברות, טריגונומטריה וגיאומטריה אנליטית) ההסתברות להשגת ניקוד מלא הייתה גבוהה יחסית (31%, להלן נושאים 'קלים'), בשלושה נושאים (גיאומטריה, מספרים מרוכבים וחדו"א בשאלון 807) ההסתברות להשגת ניקוד מלא הייתה 19%, ובשני נושאים (וקטורים וחדו"א בשאלון 806) ההסתברות להשגת ניקוד מלא הייתה נמוכה (10%). כפי שמראה התרשים, רק עבור שאלות בנושאים ה'קלים' (ולא בחמשת הנושאים האחרים) ניתן לראות קשר בין רמת החשיבה לבין ההסתברות להשיג ניקוד מלא: בשאלות שמערבות חשיבה גבוהה ההסתברות הייתה נמוכה יותר מאשר בשאלות שמערבות רמות חשיבה נמוכות – 21% לעומת 35%.

ההשפעה של גורמים אחרים הייתה נמוכה משמעותית ולכן לא מופיעה באיור 8. כך למשל, ההשפעה של פריטים ברמת בקיאות גבוהה (לפי פיז"ה) הייתה שולית מאד ולא ניתן היה להבחין בה ללא הוצאה של גורמים אחרים ממודל הניתוח, כגון הציון הסופי במתמטיקה ורמת החשיבה (לפי משה"ח). בדומה, ההשפעה של עשירון הטיפוח של בית הספר הייתה שולית והודגמה רק לאחר הוצאה של הציון הסופי ושל כלל מאפייני השאלה ממודל הניתוח.

איור 8.

ההסתברות להשיג ניקוד מלא בשאלות בבגרות לפי הגורם המשפיע, לפי המודל החלקי (ללא ציון הבגרות).



במילים אחרות, לרמת החשיבה/בקיאות בשאלה הייתה תרומה צנועה מאד לניבוי ההסתברות להשיג ניקוד מלא בשאלה באופן כללי, מעבר ליכולות כלליות במתמטיקה ולנושא השאלה. מסקנה אפשרית מכך היא שבמבנה הנוכחי של מבחני הבגרות, השקעה בשיפור ההתמודדות של תלמידים עם שאלות ברמת חשיבה/בקיאות גבוהה לא תשפר באופן משמעותי את הסיכוי שלהם להשיג ניקוד מלא בשאלות הבגרות.

את הניתוח המתואר לעיל ביצענו פעם נוספת רק עבור שאלות חשיבה גבוהה, וקיבלנו תוצאות זהות לתוצאות הכלליות – המודל לא מאפשר לאתר גורמים ייחודיים שחשובים להצלחה בפריטים שמערבים חשיבה/בקיאות גבוהה במיוחד מעבר לגורמים שתוארו לעיל כקשורים להשגת ניקוד מלא בשאלות באופן כללי.

לסיכום, בחלק זה של המחקר בדקנו את ההשפעה של ארבע קטגוריות של גורמים על מידת ההצלחה בפריטי חשיבה/בקיאות גבוהה. בנייתו לא נמצאה כלל השפעה של מאפייני התלמידים (מין, השכלת הורים, מספר

אחים, סך יחידות לימוד, מספר מקצועות מוגברים (5 יח"ל), ונמצאה השפעה שולית מאד של אחד ממאפייני בית הספר – עשירון טיפוח. ההשפעה הגבוהה ביותר הייתה של הישגי התלמיד (הציון הסופי בבגרות במתמטיקה) ושל נושא השאלה, ובמידה קטנה בהרבה גם חלק נוסף ממאפייני השאלה – ביניהם רמת החשיבה (לפי משה"ח), מספר המילים בשאלה, ובמידה קטנה משמעותית גם רמת הבקיאות (לפי פיז"ה).

רשימת מקורות

- ברמן, א., דנא-פיקרד, נ., מידז'נסקי, ש., נחליאלי, ט., קויצ'ו, ב., ושטרקמן, א. (2009). תכנון הלימודים במתמטיקה בחטיבה העליונה: סקירת ספרות בחמש מדינות נבחרות. האגף לתכנון ופיתוח תוכניות לימודים, ירושלים.
- גלסנר, א., בן דוד, ע., ואיגר, ע. (2009). *פיתוח חשיבה מסדר גבוה: סקירת ספרות*. האגף לתכנון ופיתוח תוכניות לימודים, ירושלים.
- זוהר, ע. (2007). "אופק פדגוגי" ללמידה. המזכירות הפדגוגית, משרד החינוך, ירושלים.
- זוהר, ע. (2010). *התחדשות בחינות הבגרות בישראל: רבולוציה או אבולוציה? עיונים בחינוך 3*, עמ' 158-174.
- יועד, צ. (2009). *מהות הסטנדרטים בתחומי הדעת והתאמתם לתפיסה של חינוך לחשיבה ולהבנה*. האגף לתכנון ופיתוח תוכניות לימודים, ירושלים.
- משרד החינוך (2008). *חוזר המנהל הכללי – הוראות קבע: התחדשות תהליכי ההוראה, הלמידה וההערכה בבית-הספר העל-יסודי*. חוזר סט/1(א), אלול התשס"ח-ספטמבר 2008.
- משרד החינוך (2009א). *אסטרטגיות חשיבה מסדר גבוה: מסמך מנחה למתכנני תוכניות לימודים ארציות ומקומיות ולמפתחי חומרי למידה*. האגף לתכנון ופיתוח תוכניות לימודים, ירושלים.
- משרד החינוך (2009ב). *דו"ח חינוך לחשיבה ("אופק פדגוגי") 2006-2009: תיאור, תובנות והמלצות להמשך*. המזכירות הפדגוגית, ירושלים.

Avital, S. M., and Shettleworth, S. J. (1968). *Objectives for Mathematics Learning: Some Ideas for the Teacher*, Ontario Institute for Studies in Education, Toronto, Canada.

OECD (2018). *PISA 2021 Mathematics Framework (Draft)*, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://pisa2021-maths.oecd.org/files/PISA%202021%20Mathematics%20Framework%20Draft.pdf>

OECD (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>.

נספח – פער בין רמת חשיבה לבין רמת בקיאות

איור 9 מציג את השאלה שבה שלושה סעיפים – א(1), א(2), ב(1) – סווגו בפרק של שתי רמות: רמת בקיאות 5 על פי פיז"ה, מאחר שהם מערבים הוכחה במקרה כללי, ורמת חשיבה 3 על פי משה"ח, מאחר שזהו סוג משימה מוכר מספרי הלימוד ולכן אינו דורש מהתלמידים תובנה חדשה.

איור 9.

דוגמא לפרק בין רמות חשיבה ובקיאות במתמטיקה (מועד קיץ א' 2019, שאלון 35807, שאלה 3).

3. א. (1) הוכח כי לכל מספר מרוכב z מתקיים $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.

(2) הוכח כי אם המספר המרוכב z נמצא על מעגל היחידה, אז גם המספר $\frac{1}{z}$ נמצא על מעגל היחידה.

ב. (1) הראה כי בעבור כל מספר מרוכב z הנמצא על מעגל היחידה, הסכום $z + \frac{1}{z}$ הוא מספר ממשי.

(2) z_1 ו- z_2 הם מספרים מרוכבים הנמצאים על מעגל היחידה. נתון כי הרכיבים המדומים של z_1 ו- z_2 הם חיוביים.

הוכח כי אם: $z_1 + \frac{1}{z_1} + z_2 + \frac{1}{z_2} > 2$ אז z_1 ו- z_2 נמצאים ברביע הראשון.

$w = l \cdot \text{cis}(\alpha)$ הוא מספר מרוכב. נתון: $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

נתונה סדרה הנדסית שהאיבר הראשון שלה הוא $\frac{1}{w}$ והאיבר השני הוא w .

נתון כי סכום 5 האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית שווה ל-0.

ג. (1) הבע באמצעות α את מנת הסדרה, והסבר מדוע כל איברי הסדרה נמצאים על מעגל היחידה.

(2) מצא את α (מצא את שתי האפשרויות).